

Norman May

B6, 29, Raum C0.05

68131 Mannheim

Telefon: (0621) 181-2517

Email: norman@pi3.informatik.uni-mannheim.de

Matthias Brantner

B6, 29, Raum C0.05

68131 Mannheim

Telefon: (0621) 181-2517

Email: msb@pi3.informatik.uni-mannheim.de

Algorithmen und Datenstrukturen
Wintersemester 2004/0511. Übungsblatt
19. Januar 2005

Aufgabe 1

8 Punkte

Aus der Vorlesung sind Datenstrukturen zur Repräsentation von Wäldern disjunkter Mengen bekannt.

Aufgabe 1 a)

5 Punkte

Implementieren Sie die Datenstruktur mit Union-by-Rank und Pfadkomprimierung als Optimierungsheuristiken unter Verwendung der Schnittstelle aus der Vorlesung.

Aufgabe 1 b)

3 Punkte

Geben Sie eine Sequenz von MAKE-SET, UNION und FIND-SET Operationen an. Die Länge der Sequenz soll m und die Anzahl der MAKE-SET Operationen soll $n = m/3$ sein. Die benötigte Laufzeit der Sequenz soll, unter der Annahme daß nur Union-by-Rank als Optimierungsheuristik verwendet wird, $\Omega(m \lg n)$ betragen.

Aufgabe 2

5 Punkte

Die *Incidenz-Matrix* eines gerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist eine $|V| \times |E|$ -Matrix $B = (b_{ij})$ so daß:

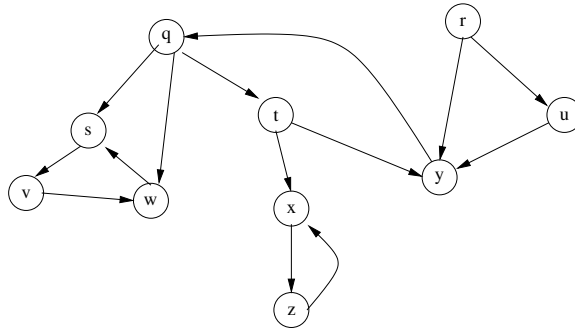
$$b_{ij} = \begin{cases} -1 & \text{wenn Kante } j \text{ in Knoten } i \text{ beginnt} \\ 1 & \text{wenn Kante } j \text{ in Knoten } i \text{ endet} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Erläutern Sie die Einträge im Ergebnis des Matrix-Produkts $B \cdot B^T$, wobei B^T für die transponierte Matrix von B steht.

Aufgabe 3

4 Punkte

Beschreiben Sie die Funktionsweise der Tiefensuche anhand des folgenden Graphen.



Gehen Sie dabei davon aus, daß in den Zeilen 5-7 der DFS-Prozedur die Knoten entsprechend der alphabetischen Reihenfolge besucht werden und daß die Adjazenzlisten alphabetisch sortiert sind. Geben Sie die Entdeckungszeit sowie die Endzeit für jeden Knoten an, sowie die Klassifizierung der Kanten.

Aufgabe 4

5 Punkte

Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ ist *bipartit*, wenn V sich in zwei disjunkte Teilmengen V' und V'' zerlegen läßt, so daß gilt:

$$(u, v) \in E \Rightarrow (u \in V' \wedge v \in V'') \vee (v \in V' \wedge u \in V'')$$

Geben Sie einen Algorithmus an, der überprüft, ob ein ungerichteter Graph bipartit ist.

Aufgabe 5

5 Punkte

Aufgabe 5 a)

4 Punkte

Eine Möglichkeit zur Durchführung einer topologischen Sortierung eines gerichteten, azyklischen Graphen $G = (V, E)$ besteht darin, wiederholt die Knoten mit In-Grad 0 im Graphen zu suchen, auszugeben und samt den ausfallenden Kanten aus dem Graphen zu entfernen. Wie muß der entsprechende Algorithmus implementiert sein, damit er eine Laufzeit von $O(V + E)$ hat?

Aufgabe 5 b)

1 Punkte

Wie reagiert der Algorithmus, falls der zu sortierende Graph zyklisch ist?